

النهايات والاتصال:تمرين 1

ناقش حسب قيم a النهاية : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{ax}{(x^2-1)^2}$

تمرين 2

نعتبر الدالة f المعرفة ب: $f(x) = \frac{\sqrt{|x| - E(x)}}{x^2}$

1- أحسب: $\lim_{x \rightarrow k^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow k^-} f(x)$ (k عدد نسبي غير منعدم)

2- بين أن : $\forall x \in]0, +\infty[: 0 \leq f(x) \leq \frac{1}{x^2}$

3- استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

تمرين 3

نعتبر الدالة f المعرفة ب: $\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x + E(x)}{x} ; x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

1- أدرس اتصال f في النقطة 0

2- أ- بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}^* : |f(x) - 1| \leq \frac{2}{|x|}$

ب- استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

تمرين 4

a و b عدنان حقيقيان

نعتبر الدالة f المعرفة ب: $f(x) = \frac{ax^3 + bx + x - 1}{x - 1}$

أحسب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

حدد قيم a و b بحيث تقبل الدالة f تمديدا بالاتصال في النقطة 1

مبرهنة القيم الوسيطة

تمرين 1

1- بين أن المعادلة $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 5-x$ تقبل حلا وحيدا في المجال : $[1; 5]$

2- نعتبر الدالة g المعرفة ب: $g(x) = x^3 - 3x + 1$

أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $I = \left[0, \frac{1}{2}\right]$

ب- اعط تأطيرا للحل سعته 10^{-2}

تمرين 2

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a, b]$ و x_1 و x_2 و و x_n أعداد حقيقية من $[a, b]$

بين أن : $\exists c \in [a, b] : f(c) = \frac{\sum_{i=1}^n f(x_i)}{n}$

تمرين 3

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a, b]$ بحيث : $f(a) < a.b$ و $f(b) > b^2$

بين أن : $\exists c \in]a, b[: f(c) = \frac{a-c}{b-c}$

تمرين 4

لتكن f دالة متصلة من المجال $[0, 1]$ نحو المجال $[0, 1]$

بين أن : $\exists c \in]a, b[: f(c) = c$

تمرين 5

لتكن f دالة متصلة على المجال $[0, 1]$ بحيث : $f(0) = f(1)$

بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\} : \exists x \in]0, 1[/ f(x) = f(x + \frac{1}{n})$

تمرين 6

لتكن f دالة متصلة على $\mathbb{R}^+$ بحيث : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \leq 1$. بين أن : $\exists c \in \mathbb{R}^+ : f(c) = c$